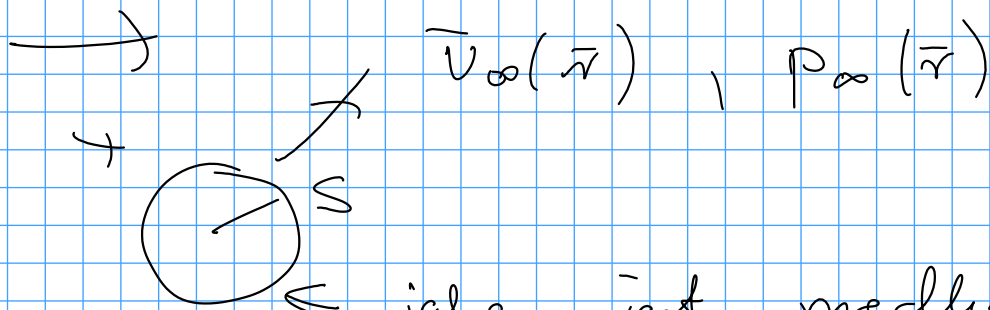


Wykład 6.

1.12.2009.

① Faxen laws (prawa Faxena)



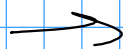
jakie jest predkosci $\vec{u}, \vec{v} = ?$
tej sfery (translacyjne
i rotacyjne) przy
całkowicie nie zerowne
 $\vec{F} = 0$ oraz
całkowy moment jest
zerowy $\vec{T} = 0$

② Zmiana w liczeniu
konstrukcyjnie rozmiarów fundamentalnych
(Greene) dla r. sfer w formie
ograniczonej przez odpowiedni
ścianę.

6 jest wspólnie dla ① i ② ?

→ zamiana w. bieżącego na pow.
na źródła \vec{u} indukowanych
(także podejście jest wytknięte w
wielu innych kontekstach)

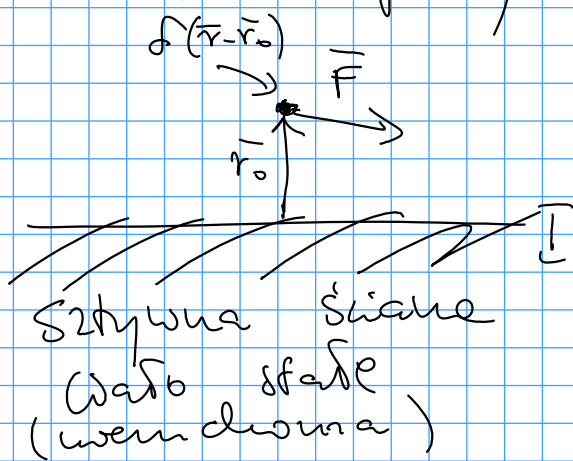
r. Sblone t.w. b



normane cathove
na powierchni
cysteli (f. Greena)

normandi;
up. metode multipolne
(cristli sferye)
lub wiathe i kurbity
dowolne, deformowalne

→ w przypadku sfery normane
konstrukcji pot jako sume
pewnych multipolnych norman'



f q = Greena?
konstrukcja metody
obrazow i sledowanie
równych multipoli dle
tego obrazu

Pole przedluzi: $\vec{v}(\vec{r})$, $p(\vec{r}) = ?$

o ile $\vec{v}(\vec{r})|_I = \vec{0}$ na sztywnej
ścianie
(na granicy
z ciałem sztywnym)

w. bupowe
myślenia

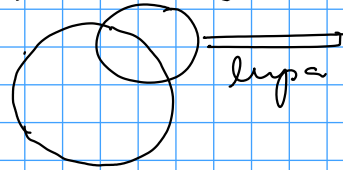
lub braku postęgu

(eksperymentalne wyniki
w skali makroskopowej)

Układka na marginesie

w skali mikro-nano może
obserwować poling. Dlaczego!

- nano (r: sfera nie ma jej
wskazujemy technicznie)
- spherulites



spherulites

pod lupa

"wired" - poling
efektowny sposób
powstania, ale
który może
być poling

③ Państwa ostatnie wyzwanie

- ML → wypracowanie tensora Oseen
- AM → symulacja + opis
pole przepływu wokół sfery
i wokół punktu, na które
działa wie równoległe F

Zainteresowani udzieleniem

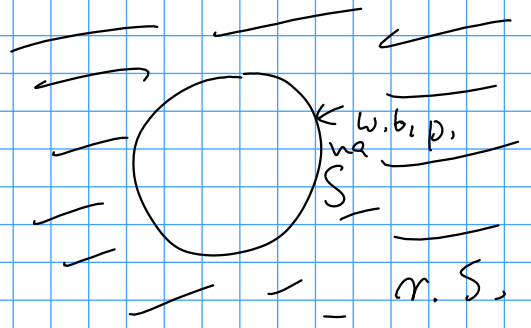
pryncipalnej dyskusji od ③
moment o kontakt z p.

Arbuzem Strażkowskim

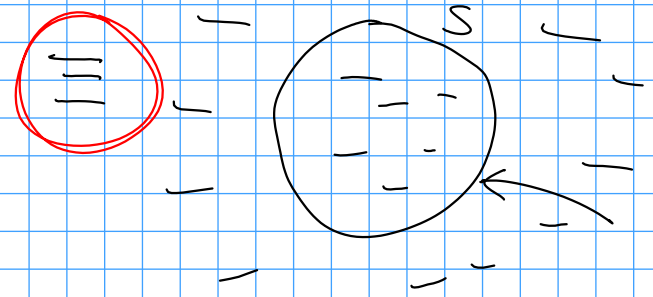


Prawa Faxena

r . Słobere + w. bupore
na rawnym ludi



podym wszednie + gęstość
niezależna. σ indukowanych
na pow. S



$$\vec{f} = -\delta(r-a) \vec{\sigma} \cdot \vec{n}$$

\uparrow gęstość objętościowa
nie indukowanych
diergajęcych na podym

\uparrow reprezentacja
(stała / 1 pow. ludi)

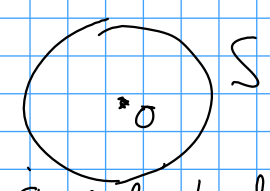
W podejściu \vec{n} indukowanych mamy
reprezentację całkową:

$$\vec{u}(\vec{r}) - \vec{u}_\infty(\vec{r}) = \int d\vec{r}' \vec{T}(\vec{r}-\vec{r}') \cdot \vec{f}(\vec{r}')$$

Uwaga: $\vec{u}(\vec{r}) - \vec{u}_\infty(\vec{r}) \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow \vec{0}$

Po podst. w buporego na pow. cęstlii
ludziej:

$$\left[\vec{u} + \vec{\Omega} \times \vec{r} - \vec{u}_\infty(\vec{r}) \right] \Big|_{\vec{r} \in S} = \int d\vec{r}' \vec{T}(\vec{r}-\vec{r}') \cdot \vec{f}(\vec{r}') \Big|_{\vec{r} \in S}$$



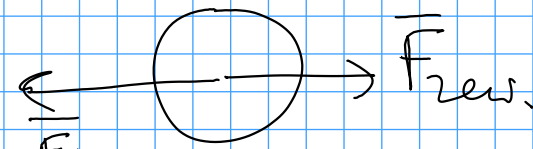
Słobek ludi
w punkcie (0,0)

obrymujemy n -we całkowe bupore

$\bar{u}, \bar{\sigma}$ - do hyznavenia
 \bar{f} - naruame

$$\int \bar{f}(\bar{r}') d^3 \bar{r}' = \bar{F} = 0$$

site z jedyho aspektu diata ne plyn
 to ~~site~~ = site respetnej plynoviny
 do aspektu



$$-\bar{F} + \bar{F}_{zew} = 0$$

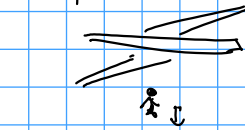
$-\bar{F}$ (opom hydrodynamizacji)

(bo berzadaci' navedbywale)

$$\int \bar{r} \times \bar{f} d^3 \bar{r} = \bar{T} = 0$$

↑
 moment (ciężar)

Analogia



shele
 cwarer
 puzpynars

$t) \tau \Rightarrow u \approx \text{const.}$

dynamika Anyhotelene

Ale site opom $\sim u^2$
 a. we do $\sim u$
 ich dla Sphere

Komentarz

Dla "hybryd" rados up. osy baji
pewnyce dla hybrid shala
cram jest odpowiednio maty

muzeum w r. sblare uirgledwi

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \bar{u} - \nabla p$$

↑ efekty zmian w czasie
równanie rabinie od nam.

Proporcje: r we bregawe scaklowad ya
powiedzi S

$$L = 4\pi a^2 \bar{u} - \int_S dS \nabla \bar{u}(\bar{r}) \Big|_{\bar{r} \in S} = \int_S d\bar{r}' \left(\int_S dS' \bar{T}(\bar{r} - \bar{r}') \cdot \bar{f}(\bar{r}') \right) = P$$

$$= \int_S dS' \left[\int_S dS \bar{T}(\bar{r} - \bar{r}') \right] \cdot \bar{f}(\bar{r}') \cdot \bar{n}$$

$\bar{r}, \bar{r}' \in S$

$$\bar{T}(\bar{R}) = \frac{1}{8\pi\eta R} (\bar{I} + \hat{R}\hat{R}) \quad \hat{R} = \frac{\bar{R}}{R}$$

$$\bar{T}(\bar{R}) = \bar{T}(-\bar{R})$$

$$\int_S dS \bar{T}(\bar{r} - \bar{r}') = 2 \bar{I}$$

$$P = - \bar{F} \cdot 2 \quad \text{ale} \quad \text{u} \quad \text{nas} \quad \bar{F} = 0$$

$$\bar{U} = \frac{1}{4\pi a^2} \int_S dS \bar{v}_\infty(\bar{r}) \Big|_{\bar{r} \in S}$$

średnie powierzchniowe
prędkości nieskończonego
na powierzchni

To myślenie można uprościć do ∞ $\bar{v}_\infty \neq 0$

$$\bar{v}_\infty(\bar{r}) \Big|_{\bar{r} \in S} = \bar{v}_\infty|_0 + \bar{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \bar{v}_\infty|_0 + \frac{1}{2} (\bar{r} \bar{r}) : \left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{r} \partial \bar{r}} \bar{v}_\infty \right) |_0 + \dots$$

\uparrow \uparrow + ... \uparrow
 wartość środek kulki wszystkie uzupełnienie
 lokalna

Komputacja z symetrii
względnie względem osi z
wzajemnie czołowy wzdłuż

$$\int_{r_i > 0} v_i + \int_{r_i < 0} v_i = 0$$

$$\int_S x y dS = 0$$

W powyższym podejściu dla \bar{r}
wp. braku czołowej symetrii zostaje
tylko iloczyn tych samych składników

$$\int_S \frac{1}{2} \left[x^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + z^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \bar{v}_\infty \Big|_{\bar{r} = \bar{0}} dS =$$

$$= \frac{1}{2} \int_S x^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \bar{v}_\infty \Big|_{\bar{r} = \bar{0}} dS$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int x^2 dS \right) \nabla^2 \bar{U}_\infty \Big|_{r=0}$$

Na nowe nie rzućmy dalej ciałem:

A co z 5^o ciałem?

$$\int x^2 y^2 dS \neq 0, \quad z^4.$$

$$\boxed{\nabla^2 \nabla^2 \bar{U}_\infty \Big|_{r=0}}$$

||

0

!

← pusty ciałem
rent do tego proporcjonalny
 $\nabla \cdot (\gamma \nabla^2 \bar{U} - \nabla p) = 0 \Rightarrow \nabla^2 p = 0$

$$\nabla^2 \left(\begin{array}{c} \gamma \nabla^2 \bar{U} - \nabla p \\ \parallel \\ \nabla^2 \nabla^2 \bar{U} = 0 \end{array} \right) = 0$$

Cypli rzućmy tylko

z ciałem w nymczasem nie przesłoni
i do rent użycie siły!

Następne zajęcia:

Wtorki 5, 12, 19, 26 stycznia

godz. 13¹⁵ - 15⁴⁵

(WESOŁYCH ŚWIĄT!!)

Uwaga: 1) Zajęcia na stronie internetowej

Constantine POZRIKIDIS

(ilustracje przepływów od wertykalnej punktowej dla różnych geometrii)

Dane perspektywiczne

2) dane figury Greena,

- pow. swobodnej powierzchni

- powierzchni Szwajc

- dwa warianty rysunku

- prostokątny

- w rurce

- powiększenie powierzchni powierzchni

$\frac{\pi}{2}$

Wracamy do prawa Faxena

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{u}_\infty \Big|_{r=0} + \frac{1}{2} \int dS x^2 \nabla^2 \bar{u}_\infty \Big|_{r=0} \cdot \frac{1}{4\pi a^2} \\ &= \frac{a^2}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta x^2 = \\ &= \frac{a^4}{2} \pi \int_{-1}^1 d(\cos\theta) (1 - \cos^2\theta) = \\ &= \frac{\pi a^4}{2} \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2\pi a^4}{3} \end{aligned}$$

$$\bar{u} = \bar{u}_\infty \Big|_{\bar{r}=\bar{0}} + \frac{a^2}{6} \nabla^2 \bar{u}_\infty \Big|_{\bar{r}=\bar{0}}$$

warstw ścisły

$$\bar{F} = 0$$

punkt $\bar{0}$ (węzeł linii) ruwowa są w czasie

Pytania: 1) co będzie jeśli $\bar{F} \neq 0$?

(asymptotyczny warunek)

2) jak istotny jest długi ciał
(ścieszona w warunkach up. do PIV)

3) długi prąd Faxena

4) uogólnienie dla dowolnego kształtu (asymptotyczny warunek)

②. Przykłady.

1) Przepływ ścieżkowy

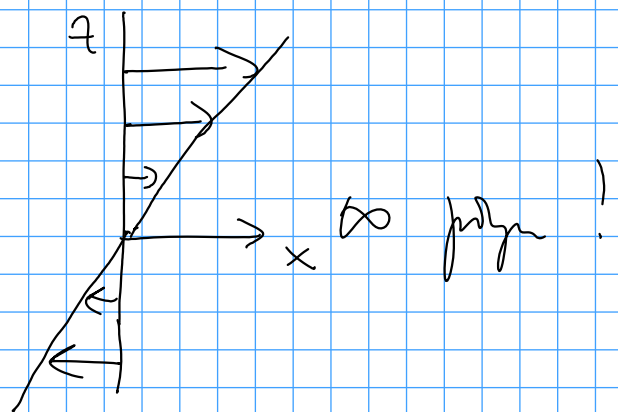
$$\bar{u}_\infty = d z \hat{e}_x$$

$$\nabla^2 \bar{u}_\infty = 0$$

\Downarrow

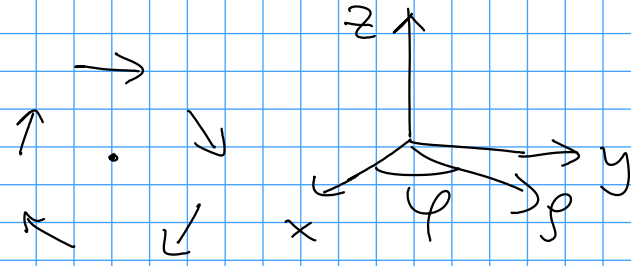
długi ciał = 0

$$\bar{u} = \bar{u}_\infty \Big|_{\bar{r}=\bar{0}}$$



2) Wir punktowy

$$\bar{v}_\infty = \frac{\alpha}{\rho} \hat{e}_\varphi$$



$$\Delta^2 \bar{v}_\infty = 1^\circ \Delta^2 \text{ we wsp. cylindryczne.}$$

$$2^\circ \text{ we wsp. kartezjanskie}$$

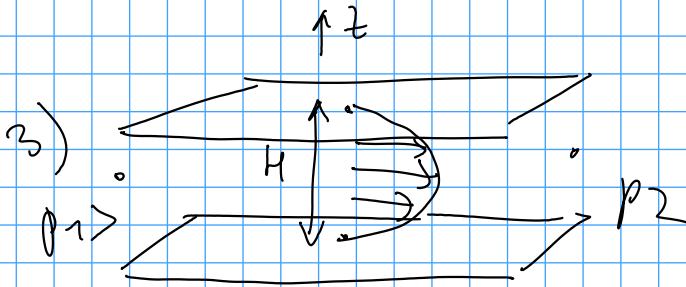
$$= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

$$\hat{e}_\varphi = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$$

skomponowane

do domu (na miesiąc)

Czy $\Delta^2 \bar{v}_\infty = 0$??
 z pomocą



2 ∞ płaszczyzny równoległe

$$\bar{v}_\infty = \hat{e}_x \cdot \alpha z(H-z)$$

prędkość Poiseuille'a

Zauważamy efekt ścian!

$$\Delta^2 \bar{v}_\infty = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \alpha \hat{e}_x z(H-z) = -2\alpha \hat{e}_x$$

Np. cenna południowa kanału $z = \frac{H}{2}$

$$\frac{\left| \frac{\alpha^2}{6} \Delta^2 \bar{v}_\infty \right|_{z=\frac{H}{2}}}{\left| \bar{v}_\infty \left(z=\frac{H}{2} \right) \right|} = \frac{\frac{\alpha^2}{6} 2\alpha}{\alpha \frac{H}{2} \cdot \frac{H}{2}} = \frac{4\alpha^2}{3H^2}$$

0

$\frac{\alpha}{H} \ll 1 \Rightarrow$ cenna $\sim \Delta^2 \bar{v}_\infty$
 jest zanedbywalny

L = Długość prądu Faxena

$$\int dS \vec{r} \times \left[\vec{u} + \vec{\omega} \times \vec{r} - \vec{u}_\infty(\vec{r}) \right] = \int dS \int dS' \frac{1}{r r'} (\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{\sigma}(\vec{r}') \cdot \vec{n}$$

2 symetrycznej części

$$\int dS \vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \int dS \vec{r} \times \vec{u}_\infty(r) =$$

$$\int dS (\vec{\omega} r^2 - (\vec{r} \cdot \vec{\omega}) \vec{r}) - \int dS \vec{r} \times \vec{u}_\infty(\vec{r}) =$$

$$\mathcal{O}_i \left(\int dS r^2 - \sum_j \int dS r_i r_j - \int dS \left(\vec{r} \times \left(\vec{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) \vec{u}_\infty \right) \Big|_{\vec{r}=0} + \dots \right)$$

$$\mathcal{O}_i \int dS x^2$$

$$\vec{u}_\infty(\vec{r}) = \vec{u}_\infty \Big|_{\vec{r}=0} + \vec{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \vec{u}_\infty \Big|_{\vec{r}=0} + \dots$$

$$\mathcal{O}_i \int dS (r^2 - x^2) = \mathcal{O}_i \frac{2}{3} 4\pi a^4 = \mathcal{O}_i \frac{2}{3} a^2 (4\pi a^2)$$

$$\vec{r} \times \left(\vec{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) \vec{u}_\infty \Big|_{\vec{r}=0}$$

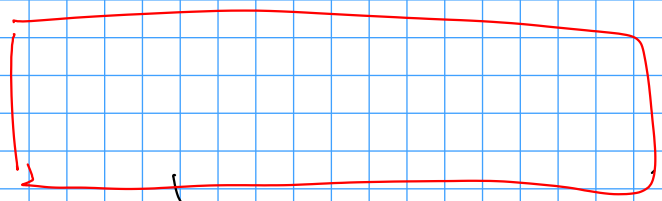
$$\left[\epsilon_{ijk} r_j r_m \frac{\partial}{\partial r_m} u_{\infty k} \right] =$$

$$\left\{ \int dS [x^2] \right\} (\text{rot } \vec{u}_\infty)_i$$

$$\frac{4\pi a^4}{3}$$

$$\frac{L}{4\pi a^2} = \mathcal{O}_i a^2 \frac{2}{3} = \frac{a^2}{3} (\text{rot } \vec{u}_\infty)_i$$

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \vec{u}_\infty \Big|_{\vec{r}=0} = \vec{0}$$



linia (wzrost w środku kuli)