Wykłady $9^{15} - 10^{30}$ 3×45 min =

$10^{45} - 11^{45}$ = 1h 15min + 1h

2.03.2010

1° Dla kogo ta strona ?

— zbłąkanych studenci

— dwie części : 1) popularna (licealiści)

2) naukowa (wykład) - kurs internetowy

coś w rodzaju podręcznika (skrypt +) np. filmiki

Studenci, doktoranci, pracownicy

częstość Re << 1

— zrobić mało, ale ciekawe dok, raczej do uzupełnienia podręczników na poziomie akademickim (filmy + proces dydaktyczny); aktywności nauczyciela wykładu MEJ

→ Np. pole prędkości wygenerowane przez cząstkę opadającą grawitacyjnie

— jak chcielibyśmy się uczyć ? McDermott W poszukiwaniu praw fizyki ?

2. Jak ktoś ma trafić na tę stronę ?

A. www IPPT + ucznie ze świata wkładają linki na moje strony

B. Filmy DVD "MFD"

3. Stan obecny — co mamy

— ML teoria

— AM teoria + rysunki

— KW teoria r. Stokesa podobieństwo symetrie

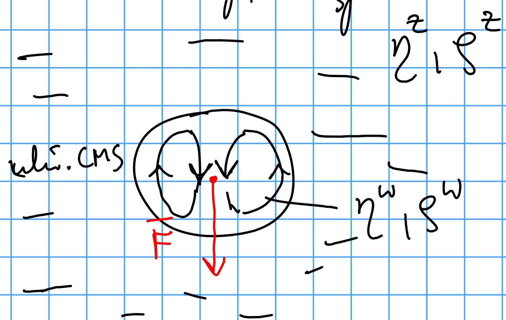
— DM zapis wykładów 1-3 w zbiorze LaTeX + rysunki

— RS } tekst na temat różnych eksperymentów
AS } przy Re < 1

4. Dodać w tym semestrze Piknik Naukowy
Które doświadczenie?

Wnioski: Klej potrzebny
Szkielet www

Ruch kropli płynu pod wpływem pola grawitacyjnego



$\rho^z \neq \rho^w$

Szczególne przypadki

$\eta^w \ll \eta^z$

np. powietrze
pęcherzyki (~~bąbelek~~ bańka)

$\eta^w \gg \eta^z$

cząstka z substancji stałej

$$\begin{cases} \eta^z \nabla^2 v^z - \nabla p^z = 0 \\ \nabla \cdot v^z = 0 \\ \eta^w \nabla^2 v^w - \nabla p^w = 0 \\ \nabla \cdot v^w = 0 \end{cases}$$

Pytanie:

$v, p = ?$ wewnątrz
na zewnątrz
kropli

$U = ?$ prędkość środka masy kropli

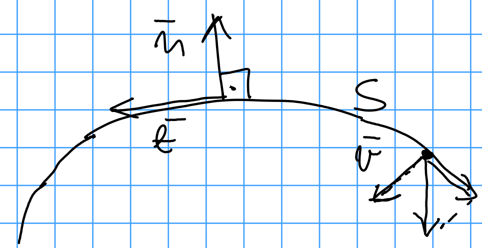
Warunki brzegowe w nieskończoności

$$v^z(\vec r) \xrightarrow[|\vec r| \to \infty]{} 0$$

Warunki brzegowe na pow. kropli S:

1° $\left. v^w - v^z \right|_S = 0$

2° $\left. \bar t \cdot \left(\bar{\bar\sigma}^w - \bar{\bar\sigma}^z\right) \cdot \bar n \right|_S = 0$



+ niedeformowalności kropli:

3° $\underline{\bar v^w \cdot \hat r = \bar v^z \cdot \hat r = \bar U \cdot \hat r}$

$\bar U$ – prędkość środka masy

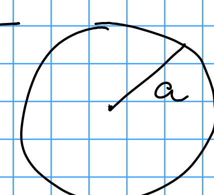
$\downarrow U \leftarrow$ prędkość środka masy

Szukaliśmy rozwiązania w postaci sumy kilku prostych multipoli (podobnie jak dla cząstki sztywnej sferycznej)

A) Wewnątrz ciśnienie mniejsze w centrum niż w częściach bliskich powierzchni zewnętrznej

$$p = p_0 - \frac{5}{6\pi a^3} \frac{\lambda}{\frac{2}{3}+\lambda} \bar F \cdot \bar r$$

$$\lambda = \frac{\eta^w}{\eta^z}$$



$$\lambda \to \infty \qquad p = p_0 - \frac{5}{6\pi a^3} \bar F \cdot \bar r$$

$\uparrow$ zrozumieć ?

$$\lambda \to 0 \qquad p = p_0 = \text{const}$$

Prędkość płynu

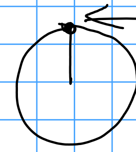
$$6\pi\eta^z a \cdot \bar v^w = \underbrace{\frac{2\lambda+3}{2\left(\frac{2}{3}+\lambda\right)}}_{\text{stałe}} \bar F + \left(\bar r \bar r - 2 r^2 \bar{\bar I}\right) \cdot \bar F \, \frac{1}{2\left(\frac{2}{3}+\lambda\right) a^2}$$

$\lambda \to \infty \qquad = \bar F$

cała kropla porusza się $\sim U = \frac{F}{6\pi\eta^z a}$ ok.

$\lambda \to 0$

$$= \bar{F}\left(\frac{9}{4}\right) + \frac{3}{4a^2}\left(\bar{r}\bar{r} - 2r^2\,\bar{\bar{I}}\right)\cdot\bar{F}$$



$$6\pi\eta a \cdot v^w = \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4}\right)F = \frac{6}{4}F$$

$$v^w = \frac{F}{4\pi\eta a}$$

ok.

B) Na zewnątrz

$v^z = ?$

Szukalibyśmy rozwiązanie w postaci multipoli

$$v^z = \boxed{A_1}\,\underbrace{\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F}}_{\sim \frac{1}{r} \text{ dla } r\to\infty} + \boxed{A_2}\,\nabla^2\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F}$$

$$\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F} = \frac{1}{8\pi\eta r}\left(\bar{\bar{I}} + \hat{r}\hat{r}\right)\cdot\bar{F}$$

wyrazów $\frac{1}{r^2}$ nie będzie z symetrii

takie będą: $\frac{1}{r^3}$

Dla cząstki sztywnej:

$$\nabla^2\,\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F}$$

$$v^{szt} = \bar{\bar{T}}\cdot\bar{F} + \frac{a^2}{6}\underbrace{\nabla^2\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F}}_{= +\frac{1}{\eta}\nabla p}$$

$\downarrow F$

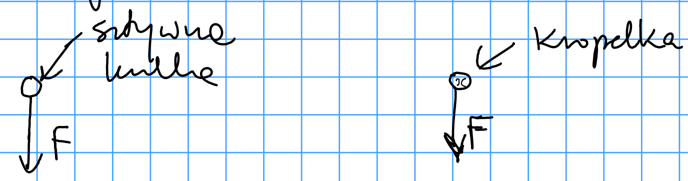
$$p = \frac{\bar{r}\cdot\bar{F}}{4\pi r^3}$$

$$\nabla p = \frac{1}{4\pi r^3}\left(\bar{\bar{I}} - 3\hat{r}\hat{r}\right)\cdot\bar{F}$$

$$\nabla^2\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F} = \frac{\left(\bar{\bar{I}} - 3\hat{r}\hat{r}\right)\cdot\bar{F}}{4\pi\eta r^3}$$

$$6\pi\eta a v^{szt} = \frac{3}{4}\frac{a}{r}\left(\bar{\bar{I}} + \hat{r}\hat{r}\right)\cdot\bar{F} + \frac{a^3}{r^3}\left(\frac{\bar{\bar{I}}}{4} - \frac{3}{4}\hat{r}\hat{r}\right)\cdot\bar{F}$$

Ile wynosi A_1?



$$A_1 = 1.$$

daleko v^z jest takie samo dla kropelki i dla cząstki sztywnej

$$v^z = \bar{\bar{T}}\cdot\bar{F} + \frac{a^2}{6}\underbrace{\frac{\lambda}{\frac{2}{3}+\lambda}}_{w}\nabla^2\bar{\bar{T}}\cdot\bar{F}$$

$\lambda\to\infty$ $\quad w\to 1$ odtwarzamy pole wokół sztywnej kulki

$\lambda\to 0$ $\quad v^z = \bar{\bar{T}}\cdot\bar{F}$ ciekawe! tak samo jak dla cząstki punktowej

$$= \frac{\bar{F}}{6\pi\eta^z a}\left[\frac{3}{4}\frac{a}{r}\left(\bar{\bar{I}}+\hat{r}\hat{r}\right) + \frac{\lambda a^3}{4\left(\frac{2}{3}+\lambda\right)r^3}\left(\bar{\bar{I}}-3\hat{r}\hat{r}\right)\right]$$

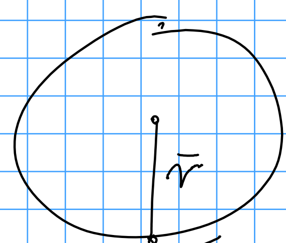
$$p^z = \frac{\bar{r}\cdot\bar{F}}{4\pi r^3}$$

$$\bar{v}^z\cdot\hat{r} = \bar{U}\cdot\hat{r} \Rightarrow U = \ldots$$

$$\| $$

$$\frac{1}{6\pi\eta^z a}\,\frac{1}{2\left(\frac{2}{3}+\lambda\right)}\cdot\left[(2\lambda+3)F+(-F)\right]$$

$$\boxed{U = \frac{F}{6\pi\eta^z a}\,\frac{(1+\lambda)}{\left(\frac{2}{3}+\lambda\right)}}$$



$\hat{r}\cdot\bar{F} = F$

$\lambda\to\infty$	$U = \frac{F}{6\pi\eta^z a}$	ok.
$\lambda\to 0$	$U = \frac{F}{4\pi\eta^z a}$	ok.
$\lambda = 1$	$U = \frac{F}{5\pi\eta^z a}$	ok.

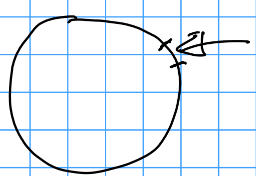
W układzie CMS nie ma składowej radialnej prędkości $\Rightarrow$ brak deformacji kształtu

Co będzie dalej? Czy kropla się zdeformuje z czasem?

1) naprężenie powierzchniowe +

2) ___ (i ___ −

W szczególności 2) − gdy nie ma napięcia powierzchniowego! Siłę ciśnienie?



$\bar f \cdot \hat r \big|_S = ?$ $\qquad \bar f = \hat r \cdot \bar\sigma$

↑ jak to zależy od punktu na powierzchni

Czyli chcemy zobaczyć

$\hat r \cdot \bar{\bar\sigma} \cdot \hat r \big|_S$ ← jak to zależy od r?

$$\hat r \cdot \bar{\bar\sigma}^w \cdot \hat r \big|_S = ? \qquad 2\left(\tfrac{2}{3}+\lambda\right) 6\pi\eta^z a\, p^w = -\frac{10}{a^2}\eta^w F\cdot\bar r$$

$$\sigma^w_{ij} = \eta^w\left(\partial_i v^w_j + \partial_j v^w_i\right) - \delta_{ij} p^w =$$

$$\underbrace{6\pi\eta^z a \cdot 2\left(\tfrac{2}{3}+\lambda\right)\sigma^w_{ij}}_{A_{ij}} = \eta^w\left[\partial_i\left(\frac{r_j r_k F_k - 2r^2 F_j}{a^2}\right) + i\leftrightarrow j\right] + \frac{\delta_{ij}}{a^2} 10\,\eta^w F_k r_k$$

$$\frac{a^2 A_{ij}}{\eta^w} = \left(2\delta_{ij} r_k F_k + r_j F_i - 4 r_i F_j + r_i F_j - 4 r_j F_i\right) + 10\delta_{ij} F_k r_k$$

$$12\delta_{ij} F_k r_k - 3\left(r_i F_j + r_j F_i\right)$$

$$\bar r \cdot \sigma^w \cdot \bar r$$

$$\frac{a^2}{\eta^w} r_i A_{ij} r_j \Big|_S = F_k r_k\left(12r^2 - 3r^2 - 3r^2\right)$$

$$= F_k r_k\, 6 r^2 \Big|_S = \bar F \cdot \bar r\, 6a^2$$

$$\frac{1}{\eta^w}\hat r \cdot \bar{\bar A} \cdot \hat r \Big|_S = 6\frac{\bar F\cdot\bar r}{a^2}$$

$$\hat r \cdot \bar{\bar\sigma} \cdot \hat r \Big|_S = \frac{\lambda\, \bar F\cdot\bar r}{\pi\, a^3 \cdot 2 \cdot \left(\tfrac{2}{3}+\lambda\right)}$$

← To za mało! Dlaczego?

Interesuje nas: $\hat r \cdot \left(\bar{\bar\sigma}^z - \bar{\bar\sigma}^w\right)\hat r = ?$ jest skok.

Czyli: <u>całkowite siły</u> działające na powierzchnię cząstki z obu stron (wypychanie przez płyn wewnątrz oraz płyn na zewnątrz kropli)